

**التمرين الأول: (05 نقط)**

جد ثلاثة أعداد طبيعية فردية متعاقبة بحيث مجموع مربعاتها يكتب في النظام العشري كما يلي:  $\overline{XXXX}$

**التمرين الثاني: (05 نقط)**

$ABC$  مثلث. نضع  $BC = a$  و  $AC = b$  و  $AB = c$ .

$A'$  منتصف القطعة  $[BC]$  و  $B''$  منتصف  $[AC]$  و  $C'$  منتصف  $[AB]$  و  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ .

(1) بين أنه من أجل كل نقطة  $M$  من المستوى يكون:  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$

(2) احسب بطريقتين مختلفتين  $(\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC})^2$

ثم أثبت أن:  $2\overline{MA} \cdot \overline{MA'} + \overline{MB} \cdot \overline{MB'} + \overline{MC} \cdot \overline{MC'} = 3MG^2 - \frac{a^2 + b^2 + c^2}{6}$

(3) نعتبر النقط المشتركة بين الدائرة ذات القطر  $[AA']$  والدائرة ذات القطر  $[BC]$

بين أنه عند وجود هذه النقط فإنها من دائرة مركزها  $G$  يطلب تحديد نصف قطرها بدلالة  $a$  و  $b$  و  $c$ .

**التمرين الثالث: (05 نقط)**

(1) احسب التكامل  $I$  حيث:  $I = \int \sin^2(x) \cos^3(x) dx$

(2) بصورة عامة، إذا كان أحد العددين الطبيعيين  $m$  و  $n$  على الأقل فرديا، أوضح كيف نعين دالة أصلية

على  $\mathbb{R}$  لدالة  $T$  حيث:  $T : x \mapsto \sin^m(x) \cos^n(x)$

(3) اقترح طريقة لتحين دالة أصلية على  $\mathbb{R}$  لدالة من الشكل:  $x \mapsto \cos^{2p}(x) \sin^{2q}(x)$  حيث  $p$  و  $q$

عددان طبيعيين. ثم احسب التكامل  $J$  حيث:  $J = \int \sin^4(x) dx$

**التمرين الرابع: (05 نقط)**

**الجزء A**  $n$  عند طبيعي غير معدوم.

نرمي  $2n$  مرة عملة نقدية غير مزورة ذات الوجهين  $FACE$  و  $PILE$

(1) قارن احتمالي كل من الحادتين: "الحصول على 4 مرات  $PILE$  عند رمي 8 مرات العملة النقدية"

"الحصول على 6 مرات  $PILE$  عند رمي 12 مرة العملة النقدية"

(2) نسمي  $P(n)$  احتمال الحصول على  $n$  مرة  $PILE$  عند رمي  $2n$  مرة العملة النقدية.

(أ) عر عن  $p(n)$  بدلالة  $n$

$$(b) \text{ إذا كان } \frac{P(n+1)}{P(n)} = \frac{2n+1}{2(n+1)} \cdot 2^n \text{ من أجل كل } n$$

(a) نسمي  $X$  عدد مرات ظهور الوجه  $HEAD$  عند رمي  $2n$  مرة لعبة انصفية.

حين تكون الاحتمال المتغير العشوائي  $X$  تم حسب أنه رياضي.

(الجزء B) كسب مستوى على 10 كرات منه 7 كرات حمراء تمثل الرقم 1 وكرات صفراء تمثل الرقم 0.

نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين من هذا الكيس ونعثر الحائزين:  $A$  "نسحب كرتين من نفس اللون"

$B$  "نسحب كرتين من لونين مختلفين".

(أ) احسب كلا من الاحتمالين  $P(A)$  و  $P(B)$

(ب) نسمي  $Y$  المتغير العشوائي الذي يوافق بكل سحب مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين المسحوبتين

حين تكون الاحتمال المتغير العشوائي  $Y$  تم حسب أنه رياضي.